

# Estimación de la atenuación y de la difusión en fibras ópticas de plástico a partir de patrones de campo lejano obtenidos experimentalmente

## Estimation of attenuation and diffusion angular functions in plastic optical fibers from experimental far field patterns

M<sup>a</sup> Ángeles LOSADA <sup>(1)</sup>, Javier MATEO <sup>(1)</sup>, Ignacio GARCÉS <sup>(1)</sup>

1. Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón, Grupo de Tecnologías Fotónicas (GTF)  
Centro Politécnico Superior, Universidad de Zaragoza, María de Luna 1, Zaragoza 500018

Persona de contacto: M<sup>a</sup> Ángeles LOSADA ([alosada @unizar.es](mailto:alosada@unizar.es)).

### RESUMEN:

Se presenta un método de caracterización para fibras ópticas de plástico de índice de salto basada en la obtención de su atenuación y difusión en función del ángulo de propagación. Para ello, se ha partido de la ecuación diferencial propuesta por Gloge para describir el flujo de potencia óptica en la fibra y se ha encontrado una solución de la misma que se ha ajustado a los datos experimentales procedentes de patrones de campo lejano en función de la longitud de fibra. Las funciones de atenuación y difusión, junto con la ecuación de flujo, caracterizan la propagación en la fibra y pueden utilizarse para predecir la distribución de potencia variando las condiciones de inyección. Así pues, hemos simulado el procedimiento propuesto para estimar el grado de acople que está basado en el análisis de los cambios del patrón de salida de la fibra con las condiciones de inyección. Estas predicciones se han comparado con los datos experimentales para evaluar el modelo.

**Palabras clave:** Fibras ópticas de plástico, propagación, patrones de campo lejano, atenuación, difusión, acople modal.

### ABSTRACT:

A global characterization of step-index plastic optical fibers (SI-POFs) is provided by estimating generalized diffusion and attenuation functions of the propagation angle. We start from the power flow differential equation proposed by Gloge's and find a global solution that was fitted to experimental far field patterns (FFPs) as a function of fiber length. The diffusion and attenuation functions thus obtained describe the fiber behavior and can be used along with the power flow equation to predict the output optical power distribution for any launching condition. Using this approach, we simulate the experimental procedure proposed to estimate coupling strength based on the changes of the fiber output power pattern with launching conditions. Our model predictions are compared to experimental results to analyze model performance.

**Key words:** Plastic optical fibres, propagation, far field patterns (FFP), attenuation, diffusion, modal coupling.

## 1.- Introducción

La forma del patrón de campo lejano está determinada por la distribución angular de la

potencia óptica a la salida de la fibra que depende de varios factores: la distribución inicial fijada por las condiciones de inyec-

ción, la difusión y atenuación propias de la fibra y, naturalmente, la longitud de la misma. En otros trabajos se ha utilizado la ecuación diferencial propuesta por Gloge para describir los cambios de la distribución de potencia óptica al propagarse por la fibra [1], pero siempre bajo aproximaciones que no son coherentes con ciertas características que hemos venido observando en todas nuestras medidas de campos lejanos. Así pues, hemos propuesto un modelo en el que la atenuación y difusión en la fibra se describen mediante funciones generalizadas del ángulo de propagación con el cual, hemos verificado que un modelo con difusión constante predice los patrones de campo lejano experimentales con menos precisión que un modelo basado en una función más general del ángulo. De esta manera, se han caracterizado 3 fibras de índice de salto de distintos fabricantes obteniendo sus funciones de atenuación y difusión que pueden introducirse en la ecuación de Gloge para resolverla con distintas condiciones iniciales. Teniendo en cuenta nuestros resultados, que cuestionan el modelo de la difusión mediante una constante, hemos querido evaluar el procedimiento propuesto por Gambling et al. [2] para medir el grado de acoplo (que aquí llamaremos constante de difusión) y que está basado en la hipótesis de que la difusión puede modelarse mediante una constante. Nuestro propósito es simular dicho procedimiento experimental y comparar las predicciones modelando la difusión con una constante y con una función sigmoideal para determinar cual reproduce mejor los datos experimentales.

El artículo está organizado de la siguiente forma: Primero, se da una breve descripción del modelo para pasar a describir el método experimental de registro de los patrones de campo lejano en función de la longitud de fibra y cómo estas medidas se utilizan para caracterizar la fibra [3]. A continuación, describimos la simulación del método de Gambling que esta basado en inyectar una onda plana con diferentes ángulos respecto del eje de la fibra para determinar el ángulo de transición para el que el patrón de salida de la fibra cambia de disco a anillo. En la última sección, hacemos un resumen de las conclusiones obtenidas.

## 2.- Modelo de propagación

El modelo que proponemos consiste en encontrar una solución global a la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \theta D(\theta) \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (1)$$

donde tanto la difusión como la atenuación se describen como funciones del ángulo de propagación en el interior de la fibra. Para distancias ( $z$ ) largas, cuando la distribución angular de potencia ha alcanzado su distribución de equilibrio (SSD), la solución de la ecuación puede expresarse como el producto de dos funciones de variables independientes:  $P_{SSD} = Q(\theta)e^{-\gamma z}$  donde  $Q(\theta)$  describe la forma del perfil de la distribución de equilibrio, y la dependencia de la longitud de fibra  $z$  viene dada por la exponencial decreciente que da cuenta de la disminución de potencia por atenuación  $\gamma$ . Introduciendo la expresión anterior para  $P_{SSD}$  en la ecuación (1) se obtiene una ecuación que permite obtener  $\alpha(\theta)$  en función de  $D(\theta)$  y  $Q(\theta)$ :

$$\alpha(\theta) = \gamma + \frac{1}{Q(\theta)\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \theta D(\theta) \frac{\partial Q(\theta)}{\partial \theta} \right]. \quad (2)$$

De esta manera, no se tiene que postular por adelantado una descripción de la dependencia de la atenuación con el ángulo ya que ésta se calcula directamente con la ecuación (2). Por otra parte, aunque como hemos mencionado antes, la difusión se ha modelado habitualmente mediante una constante en las fibras de plástico [4,5], nosotros vamos a proponemos una función de tipo sigmoideal dada por:

$$D(\theta) = D_0 + \frac{D_1}{1 + D_2 e^{\sigma_a^2 \theta^2}}. \quad (3)$$

## 3.- Caracterización de las fibras

En esta sección se describe el sistema experimental para la adquisición de las imágenes de los patrones de campo lejano y el procedimiento seguido para caracterizar las fibras obteniendo sus funciones de difusión y atenuación correspondientes.

### 3.1.- Técnica de adquisición de los patrones de campo lejano

En estos experimentos, se han utilizado tres fibras de polimetil-metacrilato (PMMA) de alta apertura numérica de distintos fabricantes: ESKA-PREMIER GH4001 (GH) de Mitsubishi, HFBR-RUS100 (HFB) de Agilent, y PGU-FB1000 (PGU) de Toray. Todas las fibras tienen una apertura numérica nominal cercana a 0.5, lo que corresponde a un ángulo crítico interno de  $19^\circ$ . La cámara utilizada para el registro es una QICAM FAST 1394 monocromática de 12 bits. Las imágenes se capturan tras reflejarse en una pantalla situada frente al extremo de salida de la fibra. El extremo de inyección se conecta a un transmisor basado en un diodo láser de AL-GaInP (LD SANYO DL-3147-021) que emite 5mW en 645nm y que tiene una divergencia típica de  $30^\circ$  en el plano perpendicular, de  $7.5^\circ$  en el paralelo. EL procedimiento concreto fue el siguiente: Se comienza con el tramo de fibra completo enrollado en un carrete de 18cm de diámetro y se registra la imagen en la pantalla. Después de esto, se corta un segmento de fibra de longitud 10m, 5m o 2.5m del extremo externo y se registra de nuevo la imagen. La máxima longitud medida es diferente para cada fibra: 175m de fibra GH, 100m de fibra HFB y 150m de fibra PGU. En la referencia [6] se dan más detalles de este procedimiento.

### 3.2.- Procedimiento de caracterización

Hemos estimado las funciones de atenuación utilizando tanto un modelo de difusión lineal similar al que ha sido utilizado de forma generalizada en la mayor parte de la bibliografía [1, 2, 4-5] como además, el modelo sigmoidal que simula la difusión con la función descrita en la ecuación (3) con el objeti-

vo de determinar cual de los dos modelos describe mejor los datos experimentales. Como la ecuación (2) nos da la función de atenuación si conocemos  $\gamma$ ,  $Q(\theta)$  y  $D(\theta)$ , en primer lugar hemos estimado  $\gamma$  directamente de nuestros datos experimentales. Los perfiles correspondientes a la distribución de equilibrio se han modelado con una función de tipo sigmoidal ajustando varios parámetros para tener una expresión analítica de  $Q(\theta)$  y de sus derivadas para introducirlas en la ecuación (3) para el cálculo directo de la función de atenuación. Con estos datos, se resuelve numéricamente la ecuación (1) [7] para obtener los perfiles de campo lejano predichos utilizando un  $D(\theta)$  tentativo inicial. Utilizando el método de búsqueda directa [8] se obtiene una estimación final de los parámetros de  $D(\theta)$  que es la que minimiza el RMSE entre los perfiles experimentales y las predicciones de los modelos. En cada iteración del método de búsqueda se introduce la estimación previa de  $D(\theta)$  en la ecuación (2) para recalcular la función de atenuación. En la Tabla 1 se presentan los valores de los parámetros característicos de la función de difusión para el modelo constante y para el modelo sigmoidal que minimizan el RMSE en cada caso. Dicho RMSE se muestra también en la tabla. Una comparación entre los modelos, permite ver que son mayores para el modelo de difusión constante, lo que sugiere que los perfiles experimentales de los patrones de campo lejano se describen mejor con un modelo de difusión más complejo.

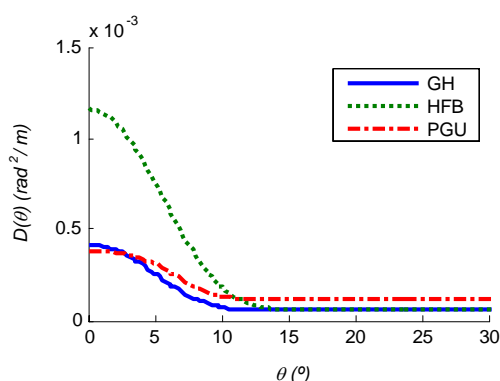
Las funciones de difusión sigmoidales calculadas introduciendo los parámetros de la Tabla 1 en la ecuación (3) y las funciones de atenuación correspondientes obtenidas mediante la ecuación (2) se han representado en

Tabla 1: Parámetros de las funciones de difusión constante y sigmoidal que minimizan el error entre los perfiles de los campos lejanos experimentales y los predichos por el modelo.

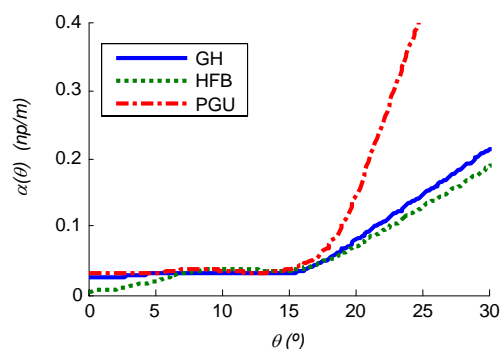
Fibra	$D_c$		$D(\theta)^a$				
	$Rad^2/m$	RMSE	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$\sigma_d$	RMSE
GH	$1.317 \cdot 10^{-4}$	$26.5 \cdot 10^{-3}$	$5.089 \cdot 10^{-5}$	$10.16 \cdot 10^{-4}$	1.78	10.32	$11.3 \cdot 10^{-3}$
HFB	$2.045 \cdot 10^{-4}$	$23.5 \cdot 10^{-3}$	$5.164 \cdot 10^{-5}$	$30.26 \cdot 10^{-4}$	1.73	9.19	$11.0 \cdot 10^{-3}$
PGU	$2.000 \cdot 10^{-4}$	$27.0 \cdot 10^{-3}$	$12.06 \cdot 10^{-5}$	$3.035 \cdot 10^{-4}$	0.18	12.57	$18.8 \cdot 10^{-3}$

<sup>a</sup> Definida en Eq. (3).

las figuras 1(a) y 1(b) respectivamente, para las tres fibras estudiadas. Puede verse como la difusión es mayor para ángulos pequeños por lo que podemos decir que es el efecto dominante cuando la longitud de fibra es corta. Para longitudes mayores, la atenuación angular es el efecto dominante y se puede afirmar que es el que determina la forma de la distribución de equilibrio. La figura 1(b) muestra una función de atenuación plana para ángulos bajos y un incremento notable cercano al ángulo crítico, aunque este crecimiento no es tan abrupto como se ha postulado en otros trabajos [4-5] donde la atenuación se hace infinita por encima del ángulo crítico. Este tipo de modelo no describe la presencia de potencia en ángulos por encima del crítico como se ha encontrado en los patrones de campo lejano obtenidos experimentalmente que sugieren que hay propagación de potencia con ángulos superiores al crítico.



(a) Funciones de difusión



(b) Funciones de atenuación

Fig. 1. Difusión y atenuación en función del ángulo interno de propagación para las tres fibras obtenidas para el modelo de difusión sigmoide dado por la Ecuación (3).

#### 4.- Determinación del ángulo de transición

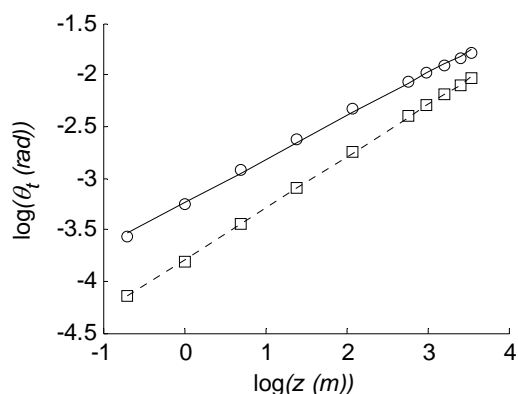
En este apartado, analizamos la técnica experimental propuesta en [2] donde se obtiene una solución analítica de la ecuación de Gloge cuando la distribución inicial (inyección) es una onda plana que forma un ángulo  $\theta$  con el eje de la fibra. Encontrar la solución analítica es posible sólo cuando se hacen ciertas hipótesis como son difusión constante, atenuación parabólica y no se limita el ángulo máximo de propagación. Con esta solución analítica, puede calcularse el ángulo de transición:  $\theta_t$ , definido como el ángulo de inyección para el cual la forma del patrón de salida cambia de disco a anillo, en función de la longitud de la fibra. Si nos restringimos a longitudes cortas y ángulos pequeños, se puede obtener la siguiente relación lineal en coordenadas logarítmicas entre el ángulo de transición y la longitud de fibra:

$$\log(\theta_t) = 0.5 \log(z) + \log(2D^{0.5}). \quad (4)$$

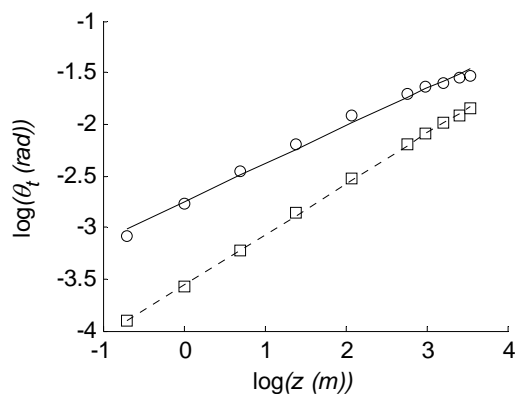
De esta forma, surge un método que ha sido utilizado de forma generalizada para la determinación del valor de  $D$ . El método se basa en la obtención experimental del ángulo de transición en función de la longitud y el ajuste de los datos a una recta cuya abscisa está relacionada con el valor de  $D$  [9,11]. Nosotros hemos resuelto la ecuación diferencial (1) introduciendo como distribuciones iniciales ondas planas con diferente ángulo respecto del eje de la fibra, así como los parámetros dados en la Tabla 1 del apartado anterior tanto para el modelo de  $D$  constante como para el modelo sigmoide. Los ángulos de transición para cada longitud obtenidos a partir de los patrones de campo lejanos simulados para cada fibra se representan en la Figura 2. Los símbolos cuadrados representan las estimaciones obtenidas con el modelo de  $D$  constante mientras que los círculos son las estimaciones con el modelo sigmoide.

Los valores de los ajustes a una recta para las estimaciones del modelo sigmoide son los siguientes:  $D=3.8 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^2/\text{m}$  y pendiente: 0.42 para la fibra GH;  $D=10.2 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^2/\text{m}$  y pendiente: 0.36 para la fibra HFB;  $D=3.6 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^2/\text{m}$  y pendiente: 0.45 para la fibra PGU. En el caso del modelo de difusión constante,

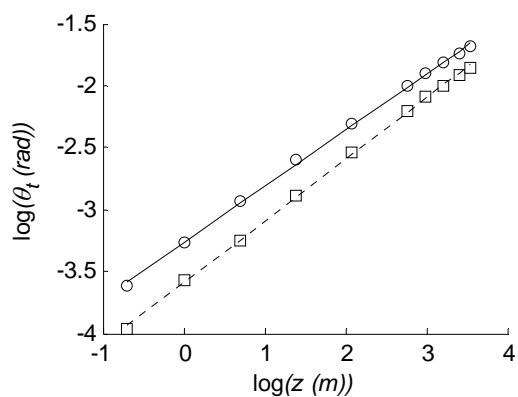
las pendientes son siempre 0.5 de acuerdo con la ecuación (4) y las constantes de difusión estimadas a partir de los perfiles simulados coinciden con el valor  $D_c$  dado en la Tabla 1. Sin embargo, estos valores son sig-



(a) Fibra GH



(b) Fibra HFB



(c) Fibra PGU

Fig. 2. Ángulo de transición en función de la longitud de fibra estimado con el modelo de difusión sigmoide (círculos para los datos y línea continua para el ajuste a una recta) y con el modelo de difusión constante (cuadrados para los datos y línea discontinua para el ajuste lineal) para las tres fibras.

nificativamente menores que los obtenidos experimentalmente para las mismas fibras en trabajos previos, mediante el método de Gambling et al. [11]:  $9.8 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^2/\text{m}$  para la fibra HFB y  $3.5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^2/\text{m}$  para la fibra GH. Por otra parte, puede observarse en la Figura que los ángulos de transición predichos por el modelo sigmoide muestran mayores desviaciones respecto a la recta de ajuste que las obtenidas para el modelo constante. Además, los valores de las pendientes de ajuste son siempre menores que 0.5 con lo que los valores de la constante de difusión estimados mediante el ajuste a la ecuación (4) son mayores y por tanto, se acercan más a los obtenidos de forma experimental. Contrastando esta estimación de  $D$  con la función de difusión sigmoide, se observa que su valor siempre se encuentra entre el máximo y el mínimo de ésta, pero más próximo al máximo. Esto sugiere que el factor dominante en la distribución de potencia para la transición de un patrón en anillo a un disco es el valor de la función de difusión para ángulos pequeños que es donde se encuentra confinada la mayor parte de la potencia óptica.

## 5.- Conclusiones

En resumen, hemos caracterizado tres fibras ópticas de plástico de índice gradual y alta apertura numérica utilizando patrones de campo lejano experimentales y un modelo basado en la ecuación diferencial propuesta por Gloge para obtener la atenuación y la difusión como funciones del ángulo de propagación. Hemos determinado que las medidas de campo lejanos se predicen de forma más precisa utilizando un modelo de difusión sigmoide en lugar del más habitual modelo de difusión constante. La simulación del método experimental de Gambling para estimar la difusión y su comparación con resultados experimentales apoya el modelo de difusión mediante una función más general del ángulo de propagación.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido subvencionado con el proyecto TEC2006-13273-C03-02 del Ministerio de Ciencia y Tecnología Español.

## Referencias

- [1] D. GLOGE, "Optical Power Flow in Multimode Fibers", B.S.T.J. 51, 1767-1783 (1972).
- [2] W. A. GAMBLING, D. N. PAYNE, H. MATSUMURA, "Mode Conversion Coefficients in Optical Fibers", Appl. Opt. 15 n. 7, 1538-1542 (1975).
- [3] J. MATEO, M. A. LOSADA, I. GARCES, J. ZUBIA, "Global characterization of optical power propagation in step-index plastic optical fibers", Optical Express, Octubre 2007.
- [4] M. ROUSSEAU, L. JEUNHOMME, "Numerical Solution of the Coupled-Power Equation in Step-Index Optical Fibers", IEEE Trans. In Microwave Theory and Techniques, MIT-25, 577-585 (1977).
- [5] A. DJORDJEVICH, S. SAVOVICH "Numerical Solution of the Power Flow Equation in Step-Index Plastic Optical Fibers", J. Opt. Soc. Am. B 21, n. 8, 1437-1438 (2004).
- [6] M. A. LOSADA, J. MATEO, D. ESPINOSA, I. GARCES, J. ZUBIA, "Characterisation of the far field pattern for plastic optical fibres", in Proceedings of the International Conference on Plastic Optic Fibres and Application, XIII ed. (Nuremberg, Germany 2004), pp. 458-465.
- [7] R. D. SKEEL, M. BERZINS, "A Method for the Spatial Discretization of Parabolic Equations in One Space Variable," SIAM J. Sci. Stat. Comp. 11, 1-32 (1990).
- [8] R. M. LEWIS, V. TORCZON, "Pattern Search Algorithms for Bound Constrained Minimization," SIAM J. on Optimization, 9, n. 4, 1082-1099 (1999).
- [9] G. JIANG, R. F. SHI, A. F. GARITO, "Mode Coupling and Equilibrium Mode Distribution Conditions in Plastic Optical Fibers", IEEE Phot. Tech. Lett. 9, n. 8, 1128-1130 (1997).
- [10] M. A. LOSADA, I. GARCES, J. MATEO, I. SALINAS, J. LOU, J. ZUBIA, "Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibres", J. Lightwave Technol. 20, n. 7, 1160-1164 (2002).
- [11] M. A. LOSADA, J. MATEO, I. GARCES, J. ZUBIA, J. A. CASAO, P. PEREZ-VELA, "Analysis of strained plastic optical fibres", IEEE Phot. Tech. Lett. 16, n. 6, 1513-1515 (2004).